**М. Осин Задача 1**

**Самая рациональная система единиц**

В новой рациональной системе единиц следующие фундаментальные константы равны единице (и поэтому являются безразмерными): гравитационная постоянная *G* и скорость света.

Покажите, что в этой системе единиц масса, длина и время имеют одинаковую размерность.

Пусть в качестве этой единицы измерений выбран сантиметр. Найдите, скольким сантиметрам соответствует время, равное 1 секунде; масса, равная 1 грамму.

Найдите также, скольким сантиметрам соответствует энергия, равная 1 электрон-вольту (энергия, получаемая электроном, прошедшим разность потенциалов 1 В) и сколько безразмерных единиц содержится в одной лошадиной силе (мощность, развиваемая лошадью массой 75 кг, поднимающейся вертикально со скоростью 1м/с).

**Решение**

Т.к. скорость света равна единице, а с = 3⋅1010 см/с, то 1 секунде соответствуют 3⋅1010 см.

Так как 1 кг = 6,67⋅10-11⋅ м3/с2 = 6,67⋅10-11⋅(102)3 /(3⋅1010)2 = 7,4⋅10-26 см. Отсюда

1 эВ = 1,6⋅10-19 Дж = 1,6⋅10-19 кг⋅м2/с2 = 1,6⋅10-19⋅7,4⋅10-26⋅102/ (3⋅1010)2 = 6,7⋅10-43 см.

1 л.с. = 735 Вт = 735 кг⋅м2/с3 = 2⋅10-50 (безразмерная).

**Ответы:** 3⋅1010 см, 7,4⋅10-29 см, 6,7⋅10-43 см, 2⋅10-50.

**М. Осин Задача 2**

**Магнитогидродинамический катер**

Модель морского МГД двигателя, установленного на катере (см. рисунок), представляет собой прямоугольный канал (*a* = 1 м, *b* = 10 см, *l* = 2 м). К хорошо проводящим плоскостям *bl* приложено напряжение *E* = 100 В. Электрический ток течет вдоль сторон *a*. Магнитное поле *B* = 1 Тл пронизывает канал перпендикулярно плоскостям *al*. При движении катера с таким двигателем с постоянной скоростью *V* измерена скорость вытекающей относительно катера воды *u* = 10 м/с. Проводимость морской воды *λ* = 102 1/(Ом⋅м).

Найти скорость движения катера, силу сопротивления, полезную мощность, КПД и увеличение температуры воды.

***V***

***a***

***b***

***l***

## Решение

Уравнение Бернулли вдоль линии тока (т.е. вдоль продольной оси *x*) с учетом силы Лоренца:

 (1)

Здесь ρ - плотность воды (1000 кг/м3), *v* – скорость воды при *x* = 0, *u* – скорость воды в точке с координатой *x*, *p*0 – давление воды при *x* = 0, *p*(*x*) – давление воды в точке с координатой *x*, *j* – плотность тока: (2), *I* – полный ток, текущий поперек канала, *B* – индукция магнитного поля, *l* – длина канала, *b* – высота канала. Пренебрегая изменением давления воды (ввиду малых скоростей), получаем:

 (3)

В канале возникает ЭДС индукции, направленная против основной ЭДС и равная по модулю *uBa* (*a* – ширина канала). Поэтому полный ток равен (4).

Здесь *R* – сопротивление канала:  (5).

Подставляя (2), (4) и (5) в (3), получаем:



Отсюда 

Сила сопротивления движению катера: 

Полезная мощность двигателя: 

Коэффициент полезного действия: . Увеличение температуры воды (с – теплоемкость воды, c = 4200 Дж/(кг⋅град)):



**М. Осин Задача 3**

**Магнитогидродинамический фонтан**

Силовым агрегатом фонтана является МГД – двигатель. Его канал имеет квадратное сечение (*b* × *b* = 2 см × 2 см). Он согнут в виде плотного вертикального змеевика, имеющего средний радиус *R*c = 0,5 м и число витков *N* = 50. Верхние и нижние поверхности канала изготовлены из тонкого хорошо проводящего металла, а боковые – из непроводящего материала. Батарея с ЭДС *Е*б подключена так, что вертикальный ток *I* равномерно распределен по цилиндрическому слою толщины *b*, который пронизывается горизонтальным радиальным магнитным полем с индукцией *B* = 0,2 Тл. Вода с проводимостью *λ* = 10 1/(Ом⋅м) засасывается у нижнего основания и выбрасывается на высоту *h* = 10 м от верхнего.

Найдите ЭДС батареи *Е*б, полезную мощность, КПД фонтана.

**Решение**

=1,6 Ом

.

**М. Осин Задача 4**

**Магнитная бутылка**

Конфигурация магнитного поля вблизи полюсов Земли имеет вид «магнитной бутылки», где *В*1 и *В*2 – однородные магнитные поля. Тонкое кольцо массы *m* и радиуса *а* равномерно заряжено зарядом *Q*0+. Какую минимальную начальную скорость *V*0 нужно сообщить кольцу в поле*В*2, чтобы оно могло выйти через «горлышко» в поле *В*1 > *В*2? Ось кольца всегда совпадает с осью «магнитной бутылки». Индуктивностью кольца пренебречь.

## Решение

ЭДС в кольце:

 (1)

Здесь *E* – напряженность вихревого электрического поля в кольце. Кольцо вращается с линейной скоростью *V*ϕ. Уравнение вращения:

 (2)

Таким образом, кольцо представляет собой круговой ток:

 (3)

Объединяя (1), (2) и (3), получаем:



или:



Кольцо, перейдя в поле *B*1, вращается с постоянной скоростью . Соответствующий ток:



Закон сохранения энергии:



Отсюда получаем:

.

Ответ: .

**Примечание.** Задачу можно решить с учетом индуктивности кольца *L*. Решение получается сложнее. Ответ в этом случае (т.к. ):

 .

**М. Осин Задача 5**

**Электронный клей**

На тонкую непроводящую пленку нанесен заряд с равномерной поверхностной плотностью *σ* Кл/м2. Пленка покрыта очень тонким слоем изолятора и прислонена снизу к полупространству из диэлектрика с *ε* = 3. Толщина пленки *δ* = 1 мм, массовая плотность ρ = 1 г/см3. Какова должна быть величина *σ*0, чтобы пленка не отставала от поверхности диэлектрика под действием силы тяжести? Какой должна быть величина *σ*0, если полупространство будет проводящим?

## Решение

Обозначим:

*Е*1 – напряженность электрического поля в диэлектрике (направлена вверх),

*Е*2 – напряженность электрического поля в изоляторе (между диэлектриком и пленкой, направлена вверх),

*Е*3 – напряженность электрического поля под пленкой (направлена вниз),

σ′ - поверхностную плотность поляризационных зарядов на поверхности диэлектрика (< 0).

Тогда:

; .

Отсюда:

.

Давление, действующее на пленку (сила притяжения, действующая на единицу площади):

.

Проводящее пространство соответствует .

Ответ: ; .

**М. Осин Задача 6**

**Под градом ударов**

Автомобиль массой *M* покоится на горизонтальной поверхности, по которой может двигаться без трения. В заднюю вертикальную стенку автомобиля бросают горизонтально мячики со скоростью *u* относительно земли и массой *σ* в единицу времени (*σ* измеряется в кг/с). Найдите зависимости скорости автомобиля и пройденного автомобилем пути как функции времени. Рассмотрите два случая: 1) удары мячиков о стенку автомобиля абсолютно упругие; 2) окно в задней стенке открыто, и мячики остаются в автомобиле.

**Ответы:**

1) ; ;

2) ; .